МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

“ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

КАФЕДРА ПРОГРАМНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГИЙ УПРАВЛІННЯ

Лабораторна робота № 5

З дисципліни «Теорія прийняття рішень»

Виконав:

студент групи КН 416-а

Рубан Ю. Д.

Перевірив:

доц. каф. ПІІТУ

Воловщиков В. Ю.

ХАРКІВ 2019

**Тема роботи**: розв’язання багатокритеріальної задачі лінійного програмування по знаходженню ефективних альтернатив за допомогою методу поступового вводу обмежень.

**Завдання для виконання:** вирішити наступну задачу багатокритеріальної оптимізації

**Математична постановка задачі багатокритеріальної оптимізації в загальному вигляді**

У загальному випадку формально задача багатокритеріальної оптимізації, ключовою особливістю якої є суперечливість множини функцій мети (критеріїв), може бути подана в наступному вигляді:



де  та  – множини індексів функцій мети , які відповідно максимізуються та мінімізуються, причому ;  – множина індексів функцій , що визначають обмеження задачі та формують множину припустимих варіантів альтернатив ;  – вектор змінних задачі багатокритеріальної оптимізації, з яким пов’яжемо поняття альтернативи – варіанта розв’язку, що задовольняє обмеження задачі і є способом досягнення поставлених цілей.

**Математична постановка однокритеріального еквіваленту вихідної багатокритеріальної задачі відповідно до методу поступового вводу обмежень в загальному вигляді**

Основні положення методу формуються не для первісно заданої множини функцій мети , а для множини функцій , що складається з монотонних перетворень окремих функцій мети , які приводять їх до безрозмірного вигляду.

Коротко зупинимося на зазначених перетворень. За останні можна взяти одну з монотонних функцій такого вигляду:

 (1)

де  – найменші і найбільші значення функцій мети, які відповідно максимізуються і мінімізуються на множині припустимих варіантів альтернатив;  – оптимальне значення -ї функції мети на множині припустимих варіантів альтернатив;  – число, що визначає степінь, на яку підноситься перетворення (1).

Метод состоит из последовательности шагов. На каждом шаге определяются максимально возможные значения всех целевых функций, которые достигаются на определенных предпочтениями ЛПР подмножествах альтернатив, рассчитываются веса критериев, определяется альтернатива, которая максимизирует взвешенную сумму целевых функций. Потом ЛПР, если найденная альтернатива не отвечает его предпочтениям, он выделяет критерий с наименьшим, по его мнению, значением целевой функции и указывает уровень, при котором значения показателя по этому критерию можно было бы считать удовлетворительным.

**Шаг *i*** Рассчитываются оптимальные значения (в частности для максимизируемых критериев)



по каждому критерию отдельно и формируется вектор

.

Далее определяются значения весовых коэффициентов  по одному из способов, предложенных ниже.

1) Составляется матрица , каждая пара симметричных элементов которой  характеризует относительную важность *k*-го критерия в сравнении с *l*-м. Значения пары элементов выбирается так: (8,1) – при значительном предпочтении важности *k*-го критерия в сравнении с *l*-м; (4,1) – при значительно большем предпочтении важности *k*-го критерия в сравнении с *l*-м; (2,1) – при большом предпочтении важности *k*-го критерия в сравнении с *l*-м; (1,1) – при равноценности критериев. Тогда

. (2)

2) Пусть  - альтернатива, которая максимизирует *l*-ю целевую функцию на множестве ;  - соответственно наилучшее и наихудшее значения *k*-ой целевой функции на этом множестве. Далее вычисляются величины

. (3)

На основе полученных значений определяются весовые коэффициенты по формуле

. (4)

3) Этот способ отличается от предыдущего тем, что тут рассчитываются средние относительные отклонения

, (5)

после чего весовые коэффициенты определяются аналогично

 (6)

Вернемся к изложению метода последовательного ввода ограничений. В результате решения однокритериальной задачи

,

 ,

определяется альтернатива  и ее оценка .

Далее анализируется оценка  путем сопоставления ее с идеальной оценкой . Если оценка  отвечает предпочтениям ЛПР, то процедура заканчивается, а альтернатива  берется как решение. Иначе указывается номер целевой функции , значение которой, по мнению ЛПР, наименее удовлетворено; определяется на какую величину необходимо улучшить эту целевую функцию, то есть определяется уровень , при котором значение показателя по соответствующему критерию можно было бы считать удовлетворительным.

Теперь формируется новое подмножество альтернатив



и переходят на *(i+1)* шаг.

**Математична постановка задачі багатокритеріальної оптимізації згідно з виданим завданням**

Згідно виданого завдання задача багатокритеріальної оптимізації прийме наступний вигляд:

**Математична постановка однокритеріального еквіваленту вихідної багатокритеріальної задачі відповідно до до методу поступового вводу обмежень згідно до виданого завдання**

Згідно до методу поступового вводу обмежень для виконання перетворення (1) необхідно знайти мінімальне та максимальне значення окремо для кожної функції мети на допустимій множині альтернатив:

Перетворення (1) приймуть наступний вигляд:

Отже задача багатокритеріальної оптимізації при використанні перетворення (1) матиме вигляд:

Розглянемо 1 спосіб задання значень вагових коефіцієнтів:

Визначимо значення вагових коефіцієнтів на основі наступного подання матриці

,

відповідно до якого критерій 1 має значно більшу перевагу за важливістю в порівнянні з критерієм 2, та значну перевагу за важливістю в порівнянні з критерієм 3. Критерій 2 має значну перевагу за важливістю в порівнянні з критерієм 3. За допомогою формули (2) розрахуймо вагові коефіцієнти і вирішимо задачу оптимізації, та занесемо результати в таблицю 1.

Розглянемо 2 спосіб задання значень вагових коефіцієнтів:

За допомогою формули (3) та (4) розрахуймо вагові коефіцієнти.











Розрахуймо вагові коефіцієнти і вирішимо задачу оптимізації, та занесемо результати в таблицю 2.

Розглянемо 3 спосіб задання значень вагових коефіцієнтів:

За допомогою формули (5) та (6) розрахуймо вагові коефіцієнти.



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | | | | | Дод. Обм. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| 0,553 | 0,388 | 0,058 | 0 | 0 | 12,14 | 3,35 | 0 | - | 22,21 | 17,57 | 15,5 | 0,511 | 0,061 | 0,707 | 0,28 | 0,024 | 0,041 | 0,348 |
| 0,553 | 0,388 | 0,058 | 0 | 0 | 7,21 | 8,28 | 4,31 |  | 45 | -6,44 | 19,81 | 0,303 | 0,43 | 0,62 | 0,168 | 0,167 | 0,036 | 0,372 |
| 0,553 | 0,388 | 0,058 | 0 | 0 | 7 | 8,5 | 4,5 |  | 46 | -7,5 | 20 | 0,294 | 0,44 | 0,622 | 0,163 | 0,173 | 0,036 | 0,373 |
| 0,553 | 0,388 | 0,058 | 0 | 0,041 | 7,18 | 8,31 | 4,33 |  | 45 | -6,61 | 20 | 0,303 | 0,43 | 0,622 | 0,168 | 0,168 | 0,036 | 0,373 |

Таблиця 1 – Результати розрахунків для першого методу вибору вагових коефіцієнтів

Таблиця 2 – Результати розрахунків для другого методу вибору вагових коефіцієнтів

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | | | | | Дод. Обм. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| 0,486 | 0,398 | 0,115 | 0 | 0 | 12,14 | 3,35 | 0 | - | 22,21 | 17,57 | 15,5 | 0,511 | 0,061 | 0,707 | 0,248 | 0,0246 | 0,08 | 0,35 |
| 0,486 | 0,398 | 0,115 | 0 | 0 | 7,21 | 8,28 | 4,31 |  | 45 | -6,44 | 19,81 | 0,303 | 0,43 | 0,62 | 0,147 | 0,171 | 0,07 | 0,39 |
| 0,486 | 0,398 | 0,115 | 0 | 0,041 | 7,189 | 8,31 | 4,33 |  | 45 | -6,61 | 20 | 0,303 | 0,43 | 0,622 | 0,147 | 0,1728 | 0,07 | 0,39 |
| 0,486 | 0,398 | 0,115 | 0 | 0,041 | 7,189 | 8,31 | 4,33 |  | 45 | -6,61 | 20 | 0,303 | 0,43 | 0,622 | 0,14 | 0,172 | 0,07 | 0,39 |

Таблиця 3 – Результати розрахунків для третього методу вибору вагових коефіцієнтів

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | | | | | Дод. Обм. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| 0,444 | 0,424 | 0,131 | 0 | 0 | 12,14 | 3,35 | 0 | - | 22,21 | 17,571 | 15,5 | 0,511 | 0,061 | 0,7 | 0,22 | 0,02 | 0,092 | 0,34 |
| 0,444 | 0,424 | 0,131 | 0 | 0 | 7,216 | 8,28 | 4,31 |  | 45 | -6,44 | 19,81 | 0,303 | 0,43 | 0,6 | 0,13 | 0,18 | 0,082 | 0,4 |
| 0,444 | 0,424 | 0,131 | 0 | 0,041 | 7,189 | 8,31 | 4,33 |  | 45 | -6,61 | 20 | 0,303 | 0,434 | 0,622 | 0,135 | 0,184 | 0,081 | 0,4 |
| 0,444 | 0,424 | 0,131 | 0 | 0,041 | 7,189 | 8,31 | 4,33 |  | 45 | -6,61 | 20 | 0,303 | 0,434 | 0,622 | 0,135 | 0,184 | 0,081 | 0,4 |

де  - ефективна альтернатива.

**Висновки**

В лабораторій роботі була вирішена задача багатокритеріальної оптимізації методом послідовного введення обмежень. Були розглянуті 3 підходи знаходження вагових коефіцієнтів . Поступово було визначено додаткові обмеження . На основі розрахованих коефіцієнтів були отримані такі значення цільової функції: . По даним результатам видно, що вибір вагових коефіцієнтів з використанням першого підходу є найкращим для вирішення даної задачі.